

Retningsafhængighed af annihilationskvanter

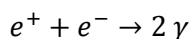
I dette eksperiment demonstreres, at gammakvanterne fra annihilationen af en positron er kraftigt retningskorrelerede.

Teori

Na-22 henfalder i 90,3 % af tilfældene ved β^+ -henfald til Ne-22.

Som det ses af henfaldsskemaet, sker dette til et exciteret niveau i Ne-22, som derefter henfalder under udsendelse af et gammakvant. Samme exciterede niveau befolkes af 9,6 % af henfaldene via elektronindfangning.

Positronen nedbremses hurtigt og annihilere med en elektron under udsendelse af to gammakvanter.



Da positronen nedbremses inden annihilationen, vil disse to gammakvanter altid udsendes i diametralt modsatte retninger (følger af energi- og impulsbevarelse).

Vi vil forsøge at eftervise denne anisotropi.

Den eksperimentelle opstilling består af to GM-rør samt en koincidensboks med et tids-vindue τ . Hvis afstanden mellem to begivenheder er mindre end τ , registreres de som samtidige. For Frederiksens koincidensboks (5138.00) er $\tau = 1 \mu\text{s} (\pm 3 \%)$.

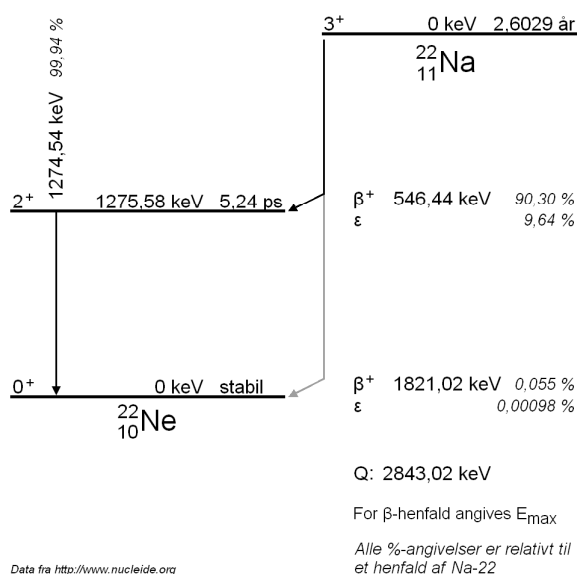
Der skal her udføres to koincidensmålinger med en vinkel på 90° og 180° mellem de to detektorer, set fra kilden. Man kunne umiddelbart tro, at der ville være en masse koincidenstællinger for 180° og ingen for 90° , men helt så simpelt er det ikke.

Korrelation med prompt gamma

Alle de ovenfor beskrevne processer forløber hurtigere end det benyttede udstyr kan skelne. Derfor vil den prompte gammastråling fra kernen registreres som udsendt samtidigt med annihilationskvanterne. Da der benyttes GM-rør som detektorer, kan heller ikke energien af gammakvanterne benyttes til at skelne imellem dem. Vi må derfor forvente en del koincidence mellem et af annihilationskvanterne og det prompte gammakvant.

(Det er i princippet muligt at beregne det forventede bidrag til koincidenstællehastigheden fra disse "blandede" koincidence, men det er ikke helt simpelt. Resultatet afhænger bl.a. af effektiviteten af de benyttede GM-rør ved de to involverede energier. Vi vil ikke gå nærmere ind på dette.)

Na-22



Tilfældige koincidenser

At vi registrerer to begivenheder som samtidige, garanterer ikke, at de faktisk har noget med hinanden at gøre – det kunne jo være gammakvanter fra to forskellige henfald, som tilfældigt ramte hver sin detektor indenfor tidsrummet τ . Heldigvis er det simpelt at beregne hyppigheden af sådanne *tilfældige koincidenser*:

Kald tællehastigheden for de to detektorer for hhv. r_1 og r_2 . Tællehastigheden for tilfældige koincidenser r_{RND} er da givet ved udtrykket

$$r_{RND} = 2 \cdot \tau \cdot r_1 \cdot r_2$$

NB: Det er vigtigt at regne med *tællehastigheder* (dvs. tællinger pr. sekund) og ikke med tælleletal.

Korrelationsfunktionen

Når man arbejder med vinkelafhængighed af koincidens-tælleletal, vil man ofte betragte nedenstående funktion, som udtrykker forskellen mellem målingen i vinklen θ og en standardvinkel (som vi vælger til vinklen $\frac{\pi}{2}$ dvs. 90°)

$$\varepsilon(\theta) = \frac{n(\theta) - n(\frac{\pi}{2})}{n(\frac{\pi}{2})} = \frac{n(\theta)}{n(\frac{\pi}{2})} - 1$$

Her er $n(\theta)$ den *normerede tællehastighed* af koincidenstællinger med vinklen θ mellem detektorerne. (Normeringen forklares nærmere nedenfor.) Korrelationsfunktionen $\varepsilon(\theta)$ udtrykker den relative tilvækst i tælleletal i vinklen θ , relativt til vinklen $\frac{\pi}{2}$.

Normering af koincidenstællehastighederne

I dette tilfælde er den effekt, vi ønsker at vise – udtrykt ved $\varepsilon(\pi)$ – temmelig stor. Vi kan derfor sådan set bare anvende koincidenstællehastighederne uden videre:

$$n = r_C$$

Men ønsker man en procedure, som også kan anvendes, når vinkelafhængigheden bliver mindre tydelig, skal tællehastighederne *normeres*, for ikke at introducere fejl, som er i samme størrelsesorden som den effekt, vi prøver at måle:

Kilden kan være en smule inhomogen og afstande kan være en smule upræcise. Det er således ikke nok at lade tællingerne ske over et bestemt tidsrum og i en bestemt målt afstand for at kunne sammenligne dem. Vi *normerer til samme ukorrelerede tællehastighed* ved at dividere koincidenstællingerne med de to individuelle tællehastigheder. Tilfældige korrelationer, som omtalt ovenfor, fratrækkes inden normeringen.

$$n = \frac{r_C - r_{RND}}{r_1 \cdot r_2} = \frac{r_C}{r_1 \cdot r_2} - 2 \cdot \tau$$

- hvor r_C , r_1 og r_2 er koincidenstællehastigheden og de to individuelle tællehastigheder *for den pågældende vinkel*.

Det giver nogle ret små tal og en pudsig enhed for en "hastighed", men indsat i korrelationsfunktionen giver det stadig det korrekte resultat.

Udstyr

5100.37	Na-22 kilde
5125.15 (2)	GM-rør på stang, BNC-stik (andre OK, men to <i>ens</i> rør skal anvendes)
5138.00	Koincidensboks
5136.00	Geigertæller (alle tællere, som accepterer 6 mm jack-stik, kan anvendes)
5125.65	USB kommunikationsadapter for 5136.00 (hvis PC skal bruges)
5140.10 (2)	Pb-absorbere, ca. 1mm (f.eks. fra 5140.06, 5141.00 eller 5140.05)
Stativmateriale mv. – f.eks. følgende, som anvendes i flere andre eksperimenter med koincidensboksen:	
2946.50	Drejeled for optisk bænk
5141.95	Kildeholder for drejeled
5141.02 (2)	Skinne til opstillingsbænk, 40 cm

Fremgangsmåde

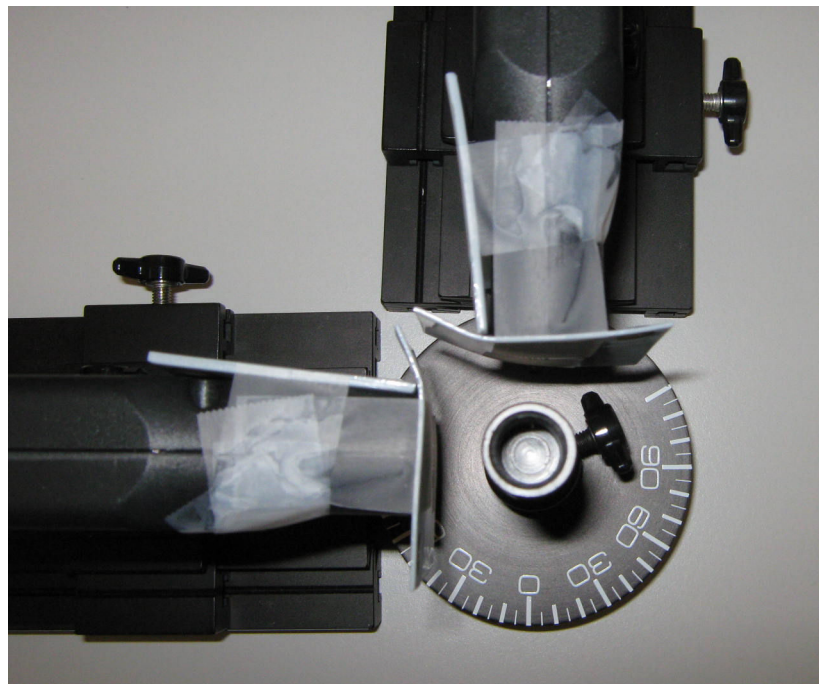
De to detektorer tilsluttes indgang 1 og 2 på koincidensboksen. Lad indgang 1 være *Enabled* og indgang 2 være *Disabled*. Den ubenyttede indgang 3 skal under hele eksperimentet være *Disabled*.

Udgangen fra koincidensboksen tilsluttes tælleren, som indstilles til at tælle i 10 sekunders intervaller. Hvis der måles mindre end 1500 tællinger pr. 10 sekunder, kan tælleren evt. sættes til at måle i 60 sekunders intervaller.

Monter de to GM-rør, så de har samme afstand til omdrejningspunktet i drejelejet.

For så vidt muligt at undgå at registrere spredt stråling, forsynes GM-rørene begge med en tynd absorberplade af bly foran røret. Pladen fastholdes med en strimmel tape. På billedet er også vist en absorber på den side af GM-rørene, som vender ind mod hinanden – den er ikke strengt nødvendig.

Blypladerne foran detektorerne skal nok have et lille bøj for at kunne være der ved vinklen 90 grader. Kontroller, at pladerne ikke kommer i vejen, når vinklen ændres.



Når målingerne er påbegyndt, må der ikke længere ændres på geometrien – pas på, at blypladerne ikke hænger og vipper. De elektriske forbindelser må heller ikke ændres. Stikkene skal forblive i apparaterne.

Mål tællertallet på indgang 1 i 5 minutter sammenlagt (notér samtlige tællertal – og notér tid pr. måling). Gentag for indgang 2 – dvs. lad indgang 1 være *Disabled* og indgang 2 være *Enabled*.

For at bestemme tælle­tallet i ko­inciden­ sættes både indgang 1 og 2 til *Enabled*.

Tælle­hastigheden er *væsentligt* lavere end før (typisk 2-3 tællinger pr. 100 s). Tælleren kan derfor sættes til at måle i længere tidsintervaller – husk at notere den nye tid.

Ovenstående gennemføres for vinklerne $\frac{\pi}{2}$ og π (dvs. 90° og 180°) så længe som praktisk muligt – en time vil være passende. Hvis der er tid til det, gentages målingen for en til to yderligere vinkler.

Databehandling

Følgende udføres for hver vinkel:

Ud fra de tre måleserier bestemmes de gennemsnitlige tælle­hastigheder r_1 , r_2 og r_{12} for hhv. de to detektorer hver for sig og i ko­inciden­ s.

Beregn tælle­hastigheden for tilfældige ko­inciden­ ser og derudfra tælle­hastigheden af reelle ko­inciden­ ser. Normér ko­inciden­ stælle­hastighederne.

Beregn $\varepsilon(\theta)$ for de anvendte vinkler. Kommenter resultatet.

Anvendelse af PC (valgfrit)

Til registrering af tælle­ tallene kan man sammen med geigertælleren 5136.00 (eller den tidligere model 5135.35) anvende programmet Datalyse, som gratis kan hentes på <http://datalyse.dk>

Det kræver et specielt kabel (afh. af modellen), som anskaffes som tilbehør.

I Datalyse vælges den aktuelle tæller og der vælges "Halveringstid" som eksperimenttype.

Impulserne fra ko­inciden­ sboksens udgang kan også tælles op ved hjælp af universelt dataopsamlingsudstyr; jackstikket passer direkte i Pascos digitalinterface PS-2159.

Lærernoter

Tællehastigheder

Tællehastigheden af koincidenser kan virke overraskende lav.

Årsagen er bl.a. den lave følsomhed af GM-rør overfor gammastråling. Antag for eksemplets skyld en effektivitet på 2 %. Da bliver effektiviteten for tællinger med to rør i koincidens $0,02^2 = 0,0004$ eller 0,04 %.

Anvendelse af absorbere

De to GM-rør forsynes som nævnt med 1 mm Pb-absorberplader. Hvis de udelades, vil der optræde koincidenser, som ikke er "tilfældige" i statistisk forstand, men som heller ikke stammer fra de gammakvanter, vi er interesseret i:

Det viser sig, at der genereres en del spredt stråling – ud over den, vi er interesseret i at måle.

Noget af denne stråling absorberes i selve kilden, men noget slipper ud. Da denne stråling udsendes synkront med gammastrålingen (i forhold til et vindue på 1 μ s), vil den give koincidenstællinger.

Usikkerhedsvurdering

Usikkerhedsberegningen er en smule kompliceret. For at lette arbejdet, har vi udarbejdet et regneark, som kan findes på vores hjemmeside www.frederiksen.eu (søg efter "5138.00").

De rå tælleletal følger en Poisson-fordeling, så usikkerheden på disse er kvadratroden af tælleallet. Den absolutte usikkerhed på tælle-hastigheden er det samme, blot divideret med måletiden.

Dette kan reduceres til:

$$\Delta r_C = \sqrt{\frac{r_C}{T}} \quad \Delta r_1 = \sqrt{\frac{r_1}{T_1}} \quad \Delta r_2 = \sqrt{\frac{r_2}{T_2}}$$

- hvor T , T_1 og T_2 er måletiden for de tre tællehastigheder r_C , r_1 og r_2 .

Usikkerheden på $n_\theta = n(\theta)$ bestemmes som

$$\begin{aligned} \Delta n &= \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial r_C} \Delta r_C\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial r_1} \Delta r_1\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial r_2} \Delta r_2\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \tau} \Delta \tau\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{r_C}{r_1 \cdot r_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{r_C \cdot T} + \frac{1}{r_1 \cdot T_1} + \frac{1}{r_2 \cdot T_2}\right) + 4 \cdot (\Delta \tau)^2} \end{aligned}$$

Når usikkerheden på n -værdierne for de to vinkler er fundet, kan usikkerheden på $\varepsilon(\theta)$ beregnes som

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial n_\theta} \Delta n_\theta\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial n_{\frac{\pi}{2}}} \Delta n_{\frac{\pi}{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{n_{\frac{\pi}{2}}^2} \cdot (\Delta n_\theta)^2 + \frac{n_\theta^2}{n_{\frac{\pi}{2}}^4} \cdot (\Delta n_{\frac{\pi}{2}})^2}$$

I praksis opnås let, at usikkerheden på r_C dominerer, hvilket giver følgende approksimationer:

$$\Delta n \approx \frac{1}{r_1 \cdot r_2} \cdot \sqrt{\frac{r_C}{T}} \quad \text{og} \quad \Delta \varepsilon \approx \frac{1}{r_C - r_{RND}} \cdot \sqrt{\frac{2r_C}{T}}$$

Koincidensvinduet

Størrelsen τ indgår direkte i beregningen af de tilfældige koincidenser. Koincidensboksen er fabriksjusteret, så $\tau = 1 \mu\text{s} \pm 3 \%$. Hvis denne nøjagtighed ikke er tilstrækkelig, må man selv i gang med at bestemme værdien.

En måling af τ kan ske ved at anvende formlen for tilfældige koincidenser. For at sikre, at der virkelig måles på tilfældige koincidenser, anvender man to uafhængige kilder – og holder så stor afstand mellem de to GM-rør som muligt.

Baggrundsstråling

Enkelttællingerne, som benyttes til bestemmelse af tilfældige koincidenser, skal ikke korrigeres for baggrundsstråling. De tilfældige koincidenser forekommer helt uafhængigt af strålingens oprindelse – baggrundsstrålingen bidrager på lige fod med strålingen fra kilderne.

(Med kilderne så tæt på som i disse eksperimenter, kan korrektionen til tællertallene i øvrigt negligeres.)

I koincidens vil der optræde ganske få tilfælde, hvor en partikel fra baggrundsstrålingen har passeret begge rør, eller hvor en partikelbyge fra den kosmiske stråling rammer. Vi har eksempelvis målt 3 koincidenser på en time uden kilder.

Hvis man ønsker at korrigere for denne effekt – og hvis det skal være statistisk set meningsfyldt – skal der måles i ganske lang tid. I praksis kan man lade en PC samle koincidensdata for et døgn.

Hvis større rør anvendes, vil følsomheden for baggrunds-koincidenser vokse.